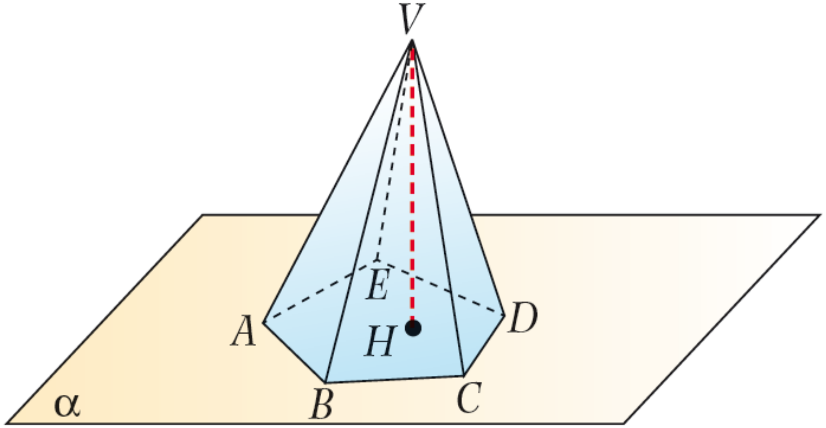
Piramidi: superficie e volume

Piramidi

La **piramide** è un poliedro limitato da un poligono di base e da tanti triangoli, quanti sono i lati del poligono, aventi un vertice in comune:

- i triangoli sono le **facce laterali** e *V* è il **vertice** della piramide;
- il poligono *ABCDE* è la **base** e i suoi lati si dicono **spigoli di base**;
- i segmenti *VA* , *VB* , *VC* , *VD* , *VE* sono gli **spigoli laterali**;
- la distanza *VH* del vertice dal piano che contiene la base è l'**altezza** della piramide.

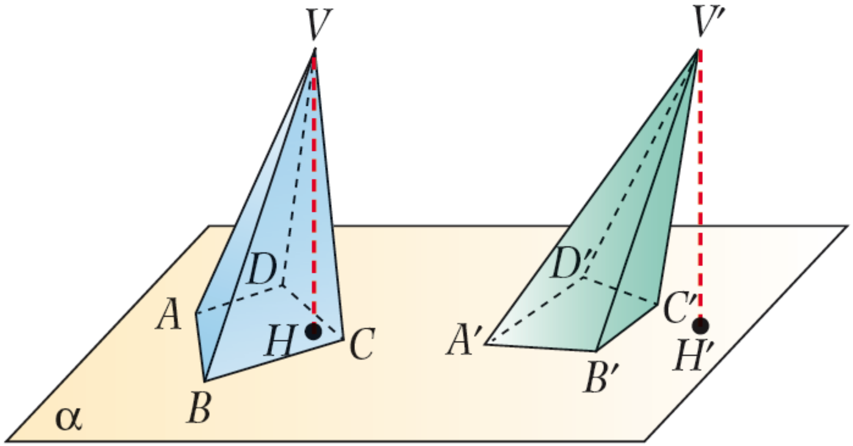


Piramidi

L’insieme delle facce laterali costituisce la **superficie laterale** della piramide.

La somma della superficie laterale e della superficie di base è la **superficie totale** della piramide.

Il **piede dell’altezza della piramide** può trovarsi all’interno o all’esterno del poligono di base.

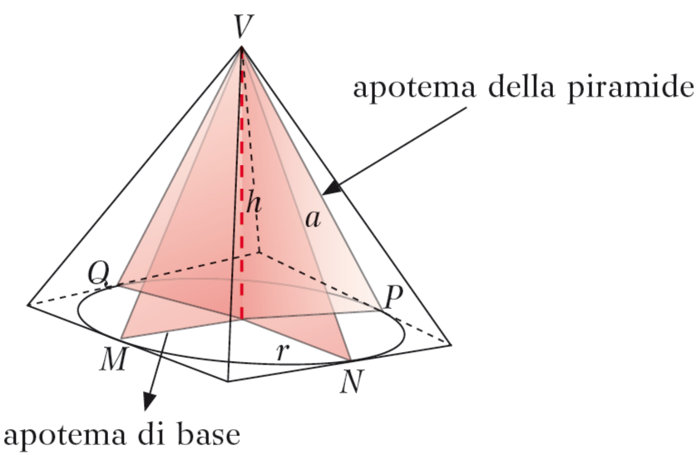


Piramidi

PIRAMIDE RETTA

La **piramide** si dice **retta** se nel poligono di base si può inscrivere una circonferenza e l'altezza della piramide cade nel centro di questa circonferenza. In caso contrario si dice **piramide obliqua**.

- Le facce laterali sono triangoli diversi, ma aventi tutti la stessa altezza che prende il nome di **apotema della piramide** e **si indica con *a***.
- L'**apotema di base** è invece l'apotema del poligono di base che è il raggio della circonferenza inscritta e **si indica con *r***.



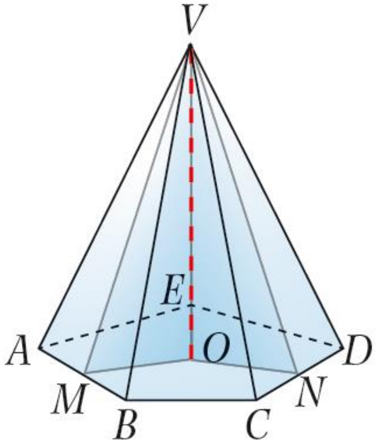
Indicando con a, h, r rispettivamente l'apotema della piramide, l'altezza e il raggio della circonferenza inscritta, applicando il teorema di Pitagora si ottiene:

$$\boldsymbol{a = \sqrt{h^2 + r^2}}$$

Piramidi

PIRAMIDE REGOLARE

Una piramide retta avente per base un poligono regolare è detta **piramide regolare**.



In una piramide regolare:

- tutti gli spigoli laterali sono **congruenti** fra loro:

  $VA = VB = VC = VD = VE$

- tutti i triangoli che formano le facce laterali sono **isosceli** e **congruenti** fra loro.

Piramidi

PIRAMIDE REGOLARE E TEOREMA DI PITAGORA

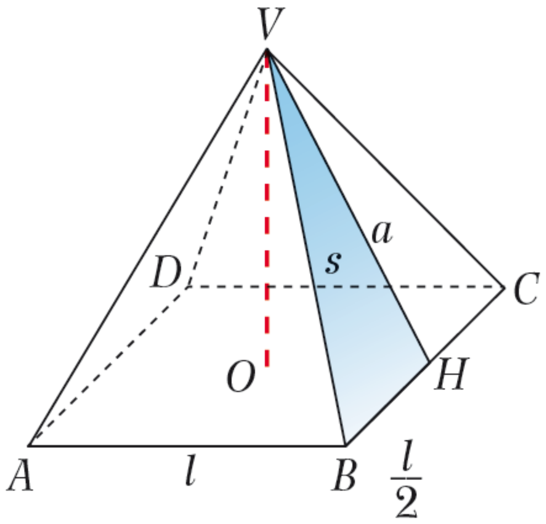
Nelle varie piramidi regolari si possono individuare dei **triangoli rettangoli** a cui applicare il **teorema di Pitagora** quando necessario.

Nel triangolo ***VHB***:

- l'ipotenusa *VB* è lo spigolo (*s*);
- il cateto *VH* è l'apotema (*a*);
- il cateto *BH* è la metà dello spigolo di base ($\frac{l}{2}$).

Applicando il teorema di Pitagora si ottiene:

$$VB = \sqrt{VH^2 + BH^2} \quad \text{oppure} \quad s = \sqrt{a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

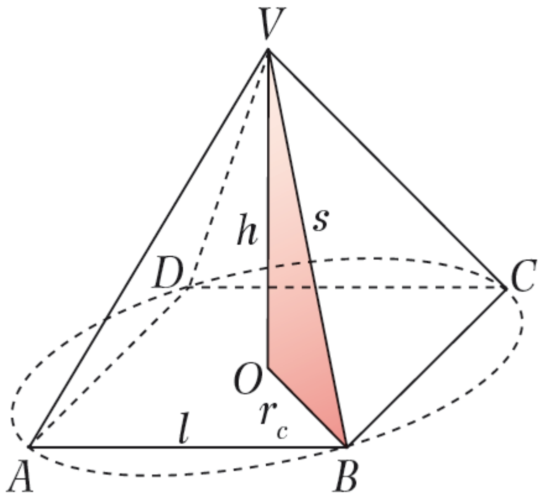


Lattes

Piramidi

Nel triangolo ***VOB***:

- l'ipotenusa *VB* è lo spigolo (s);
- il cateto *VO* è l'altezza (h);
- il cateto *OB* è il raggio della circonferenza circoscritta (r_c).



Applicando il teorema di Pitagora si ottiene:

$$\boldsymbol{VB = \sqrt{VO^2 + OB^2}}$$

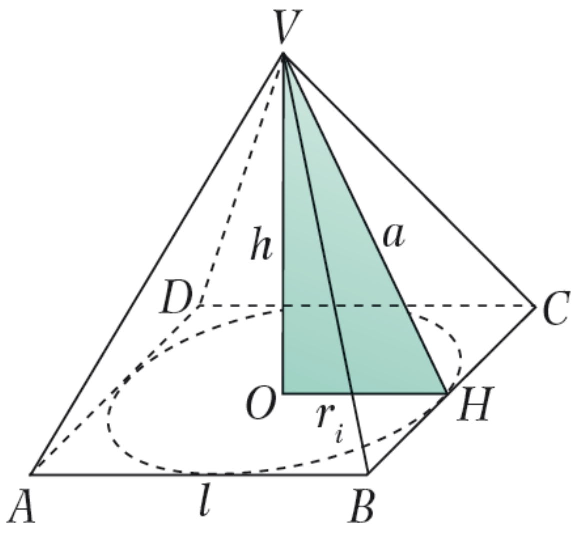
oppure:

$$\boldsymbol{s = \sqrt{h^2 + r_c^2}}$$

Piramidi

Nel triangolo ***VOH***:

- l'ipotenusa *VH* è l'apotema (*a*);
- il cateto *VO* è l'altezza (*h*);
- il cateto *OH* è il raggio della circonferenza inscritta (r_i).



Applicando il teorema di Pitagora si ottiene:

$$VH = \sqrt{VO^2 + OH^2}$$

oppure:

$$a = \sqrt{h^2 + r_i^2}$$

Superficie e volume della piramide retta

SUPERFICIE LATERALE E TOTALE

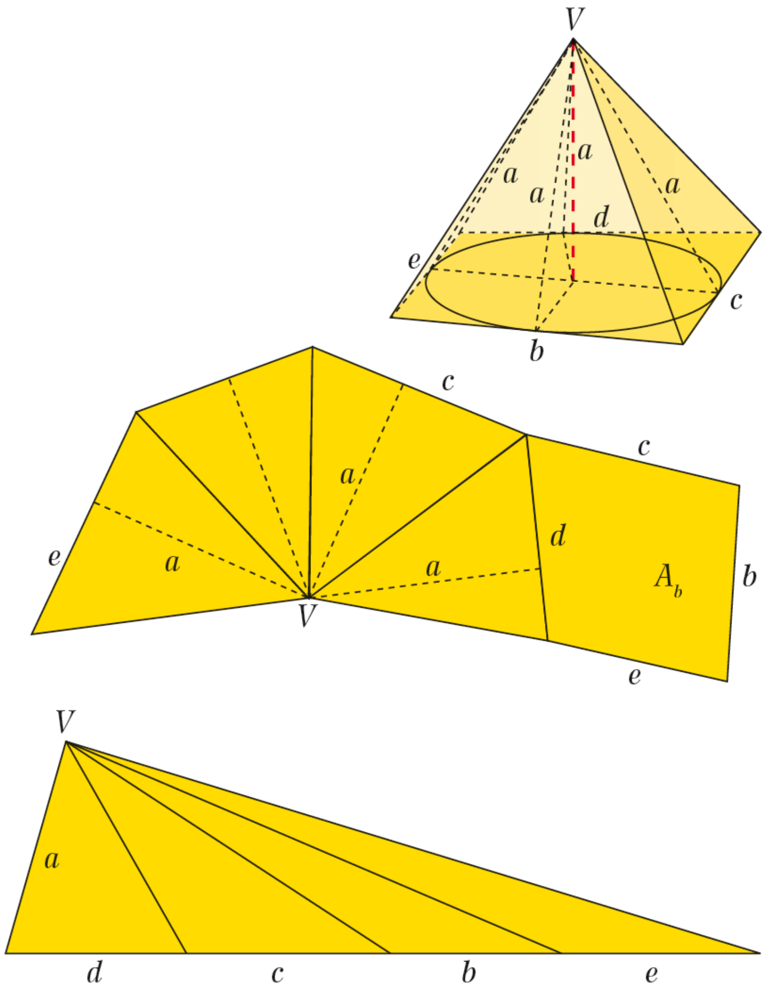
La superficie laterale di una piramide retta, costituita dalla somma di triangoli aventi tutti la stessa altezza, è equivalente a un unico triangolo avente per base la somma delle basi e per altezza la stessa altezza.

- L'**area della superficie laterale di una piramide retta** si ottiene moltiplicando il perimetro di base per la misura dell'apotema e dividendo per due il prodotto ottenuto:

  $$A_l = \frac{2p \cdot a}{2}$$

- L'**area della superficie totale di una piramide retta** si ottiene addizionando all'area della superficie laterale l'area del poligono di base:

  $$A_t = A_l + A_b$$



Superficie e volume della piramide retta

VOLUME

Una piramide è equivalente alla terza parte di un prisma avente la base equivalente e l'altezza congruente a quella della piramide.

Il **volume di una piramide** si ottiene moltiplicando l'area della base per la misura dell'altezza e dividendo il prodotto per tre:

$$V_{\text{piramide}} = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

Il volume della piramide dipende solo dall'area del poligono di base e dalla sua altezza, per cui la formula per il calcolo del volume si può applicare a qualunque tipo di piramide, anche alla piramide obliqua.