

RELAZIONE tra $0,\overline{9}$ e 1

È vera la seguente uguaglianza? $0,\overline{9} < 1$

- È vera?
- In realtà $0,\overline{9}$ è circa uguale ad 1 oppure è proprio 1?
- $0,\overline{9}$ ed 1 sono la stessa cosa?

PRIMA (semplice) DIMOSTRAZIONE

cosa voglio dimostrare? $0,\overline{9} = 1$

opero la sottrazione tra i due numeri, ragionando dapprima con valori finiti di 9.

$$1 - 0,9 = 0,1$$

$$1 - 0,99 = 0,01$$

$$1 - 0,999 = 0,001$$

Quindi

$$1 - 0,99999999\dots = 0,00000\dots \underbrace{1}_{\infty} = 0$$

Se la sottrazione tra due numeri è ZERO i due numeri sono uguali

SECONDA (più rigorosa) DIMOSTRAZIONE

cosa voglio dimostrare? $0,\overline{9} = 1$

scrivo che $x = 0,\overline{9}$ e moltiplico entrambi i termini per 10, in tal modo avrò:

$$10x = 9,99999\dots$$

Sottraggo ad entrambi i termini il valore x :

$$10x - x = 9,9999999\dots - 0,999\dots = 9$$

$$\text{Quindi } 9x = 9$$

Ed allora $x = 1$ quindi:

$$1 = 0,\overline{9}$$

Ne consegue che queste scritture sono la stessa cosa:

$$x = 1 ; \quad x = 0,\overline{9} ; \quad x = 1,\overline{0}$$