Scopriamo perché

Dimostriamo che $\sqrt{2}$ è un numero irrazionale

Per dimostrare che non esiste una frazione che elevata al quadrato dà 2 utilizziamo un metodo di cui i matematici si servono spesso: la **dimostrazione per assurdo**. Immaginiamo quindi il contrario di quello che vogliamo dimostrare: supponiamo che esista una frazione irriducibile $\frac{a}{b}$ che elevata al quadrato dia 2.

$$\frac{a}{b} \quad \text{È la frazione che elevata al quadrato dà 2:} \quad \begin{cases} \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 2 \\ \frac{a}{b} = \sqrt{2} \end{cases}$$

Essendo $\frac{a}{b}$ una frazione irriducibile, a e b non possono avere fattori comuni, altrimenti si semplificherebbero. In particolare a e b non possono essere entrambi pari, altrimenti avrebbero in comune il fattore 2. Proprio il fatto che a e b non possono essere entrambi pari ci conduce a un assurdo in tre mosse:

1. ***a* è pari**

Se $\frac{a^2}{b^2} = 2$ allora a^2 è il doppio di b^2 quindi a^2 è pari perché è il doppio di un numero intero; inoltre se a^2 è pari allora anche a è pari perché solo il quadrato di un numero pari è pari.

2. **a^2 è divisibile per 4**

Se a è pari è divisibile per 2, quindi a^2 è divisibile per 4.

3. **se a^2 è divisibile per 4 allora *b* è pari**

Poiché a^2 è il doppio di b^2, b^2 è la metà di a^2 quindi è la metà di un numero divisibile per 4 e la metà di un numero divisibile per 4 è un numero pari. Quindi se b^2 è pari possiamo affermare che b è un numero pari.
Ecco l'assurdo! Partendo da a pari otteniamo b pari. Allora si possono semplificare! Partendo dall'ipotesi assurda che esista una frazione irriducibile che dà radice di 2 si trova che il numeratore e il denominatore di questa frazione sono sempre pari, quindi divisibili per due, all'infinito...