


Le frazioni e le operazioni con le frazioni

Una frazione può essere interpretata in diversi modi: come **operatore**, come **quoziente** di due numeri naturali o come **numero**.

Divisione	Operatore	Quoziente	Numero
$3 : 5$		0,6	$\frac{3}{5}$

I numeri decimali limitati e illimitati periodici

Numeri decimali limitati $\frac{9}{8} = 1,125$

Le **frazioni decimali** sono frazioni che hanno per denominatore 10 o una sua potenza (con esponente diverso da 0).

Le frazioni non decimali si dicono **ordinarie**.

Esempio

$$\frac{3}{10} = 3 : 10 = 0,3 \quad \frac{71}{100} = 0,71 \quad \frac{4}{1000} = 0,004$$

I numeri decimali illimitati sono chiamati periodici

Un numero **periodico** è un numero decimale illimitato la cui parte decimale, a partire da una certa posizione in poi, è formata da una cifra o da un gruppo di cifre che si ripete. Questa cifra o gruppo di cifre si chiama **periodo** ed è indicato con una linea posta sopra di esso.

$$\frac{6}{2} = 6 : 2 = \textcircled{3} \longrightarrow \text{numero naturale}$$

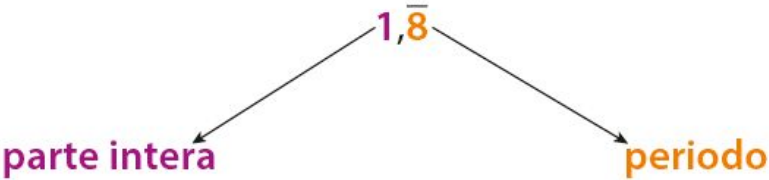
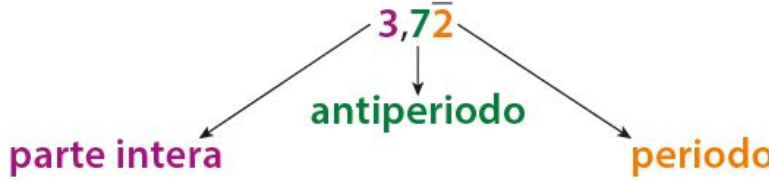
$$\frac{33}{4} = 33 : 4 = \textcircled{8,25} \longrightarrow \text{numero decimale limitato}$$

$$\frac{4}{3} = 4 : 3 = \textcircled{1,333333...}$$

$$\frac{19}{6} = 19 : 6 = \textcircled{3,166666...}$$

numeri decimali periodici

I numeri periodici sono classificati in **periodici semplici** e **periodici misti**.

Numeri periodici semplici	Numeri periodici misti
<p>Hanno una parte intera e subito dopo la virgola inizia il periodo.</p>  <p>Diagram illustrating a simple periodic number: $1, \overline{8}$. The integer part (1) is labeled "parte intera" and the repeating decimal part ($\overline{8}$) is labeled "periodo".</p>	<p>Hanno una parte intera e una o più cifre decimali, chiamate antiperiodo, prima del periodo.</p>  <p>Diagram illustrating a mixed periodic number: $3, 7\overline{2}$. The integer part (3) is labeled "parte intera", the non-repeating decimal part (7) is labeled "antiperiodo", and the repeating decimal part ($\overline{2}$) is labeled "periodo".</p>

Una **frazione ordinaria** genera un **numero decimale limitato** quando, ridotta ai minimi termini, ha il denominatore che contiene esclusivamente potenze di 2, di 5 o di entrambi i numeri nella sua scomposizione in fattori primi.

Esempio

$$\frac{17}{4} = \frac{17}{2^2} = 4,25$$

$$\frac{211}{125} = \frac{211}{5^3} = 1,688$$

$$\frac{7}{20} = \frac{7}{2^2 \cdot 5} = 0,35$$

Una **frazione ordinaria**, ridotta ai minimi termini, genera:

- un numero **periodico semplice** se il denominatore, scomposto in fattori primi, non contiene alcun fattore 2 e alcun fattore 5 ma altri fattori;
- un numero **periodico misto** se il denominatore, scomposto in fattori primi, contiene altri fattori oltre al 2 e/o al 5.

Esempio

$$\frac{4}{33} \rightarrow 33 = 3 \cdot 11 \xrightarrow{\text{né 2 né 5}} \text{periodico semplice}, \frac{4}{33} = 4 : 33 = 0,\overline{12}$$
$$\frac{41}{6} \rightarrow 6 = 2 \cdot 3 \xrightarrow{\text{ci sono un 2 e un 3}} \text{periodico misto}, \frac{41}{6} = 41 : 6 = 6,8\overline{3}$$

Dai numeri decimali alle frazioni

La frazione generatrice di un numero **decimale limitato** è la frazione che ha:

- per numeratore il numero senza la virgola;
- per denominatore una potenza con base 10 ed esponente uguale al numero di cifre decimali del numero dato.

Esempio

Diagram illustrating the conversion of the decimal 1,25 to the fraction $\frac{5}{4}$:

The decimal 1,25 is shown. The integer part (1) is labeled "numero senza virgola". The decimal part (.25) is labeled "2 cifre decimali".

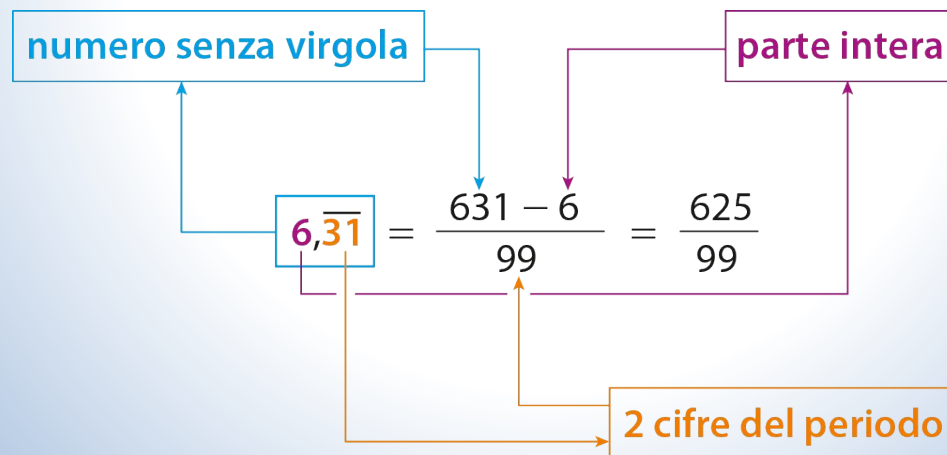
The conversion process is shown as follows:

$$1,25 = \frac{125}{10^2} = \frac{125^5}{100_4} = \frac{5}{4}$$

La frazione generatrice di un numero **periodico semplice** è una frazione che ha:

- per numeratore la differenza tra tutto il numero periodico, considerato senza la virgola, e la sua parte intera;
- per denominatore il numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo.

Esempio



La frazione generatrice di un numero **periodico misto** è una frazione che ha:

- per numeratore la differenza tra tutto il numero periodico, considerato senza la virgola, e la parte che precede il periodo (parte intera e antiperiodo);
- per denominatore il numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo e tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo.

Esempio

$$\begin{array}{c} \text{numero senza virgola} \quad \text{parte non periodica} \\ \text{2,3}\overline{6} = \frac{236 - 23}{90} = \frac{213}{90} = \frac{71}{30} \\ \text{1 cifra dell'antiperiodo} \quad \text{1 cifra del periodo} \end{array}$$