

# Le frazioni e le operazioni con le frazioni

Una frazione può essere interpretata in diversi modi: come **operatore**, come **quoziente** di due numeri naturali o come **numero**.

Divisione	Operatore	Quoziente	Numero
$3 : 5$		0,6	$\frac{3}{5}$

# I numeri decimali limitati e illimitati periodici

---

Numeri decimali limitati  $\frac{9}{8} = 1,125$

Le **frazioni decimali** sono frazioni che hanno per denominatore 10 o una sua potenza (con esponente diverso da 0).

Le frazioni non decimali si dicono **ordinarie**.

## Esempio

$$\frac{3}{10} = 3 : 10 = 0,3 \quad \frac{71}{100} = 0,71 \quad \frac{4}{1000} = 0,004$$

# I numeri decimali illimitati sono chiamati periodici

Un numero **periodico** è un numero decimale illimitato la cui parte decimale, a partire da una certa posizione in poi, è formata da una cifra o da un gruppo di cifre che si ripete. Questa cifra o gruppo di cifre si chiama **periodo** ed è indicato con una linea posta sopra di esso.

$$\frac{6}{2} = 6 : 2 = \textcircled{3} \rightarrow \text{numero naturale}$$

$$\frac{33}{4} = 33 : 4 = \textcircled{8,25} \rightarrow \text{numero decimale limitato}$$

$$\frac{4}{3} = 4 : 3 = \textcircled{1,333333...}$$

$$\frac{19}{6} = 19 : 6 = \textcircled{3,166666...}$$

→ numeri decimali periodici

I numeri periodici sono classificati in **periodici semplici** e **periodici misti**.

Numeri periodici semplici	Numeri periodici misti
Hanno una parte intera e subito dopo la virgola inizia il <b>periodo</b> .	Hanno una parte intera e una o più cifre decimali, chiamate <b>antiperiodo</b> , prima del periodo.

The diagram illustrates the structure of simple and mixed periodic numbers. It features two rows of text descriptions with arrows pointing to specific parts of the numbers shown above them.

- Simple Periodic Numbers:** The text "Hanno una parte intera e subito dopo la virgola inizia il **periodo**." is followed by a diagram where the number  $1,\overline{8}$  is shown. An arrow points from the word "parte intera" to the digit 1, and another arrow points from the word "periodo" to the digit 8.
- Mixed Periodic Numbers:** The text "Hanno una parte intera e una o più cifre decimali, chiamate **antiperiodo**, prima del periodo." is followed by a diagram where the number  $3,\overline{7}2$  is shown. The digits 3 and 7 are grouped together with an arrow pointing to the word "antiperiodo". Another arrow points from the word "periodo" to the digit 2.

**Una frazione ordinaria genera un numero decimale limitato** quando, ridotta ai minimi termini, ha il denominatore che contiene esclusivamente potenze di 2, di 5 o di entrambi i numeri nella sua scomposizione in fattori primi.

## Esempio

$$\frac{17}{4} = \frac{17}{2^2} = 4,25$$

$$\frac{211}{125} = \frac{211}{5^3} = 1,688$$

$$\frac{7}{20} = \frac{7}{2^2 \cdot 5} = 0,35$$

Una **frazione ordinaria**, ridotta ai minimi termini, genera:

- un numero **periodico semplice** se il denominatore, scomposto in fattori primi, non contiene alcun fattore 2 e alcun fattore 5 ma altri fattori;
- un numero **periodico misto** se il denominatore, scomposto in fattori primi, contiene altri fattori oltre al 2 e/o al 5.

## Esempio

$$\frac{4}{33} \rightarrow 33 = 3 \cdot 11 \xrightarrow{\text{n\'e 2 n\'e 5}} \text{periodico semplice}, \frac{4}{33} = 4 : 33 = 0,\overline{12}$$

$$\frac{41}{6} \rightarrow 6 = 2 \cdot 3 \xrightarrow{\text{ci sono un 2 e un 3}} \text{periodico misto}, \frac{41}{6} = 41 : 6 = 6,8\overline{3}$$

# Dai numeri decimali alle frazioni

La frazione generatrice di un numero **decimale limitato** è la frazione che ha:

- per numeratore il numero senza la virgola;
- per denominatore una potenza con base 10 ed esponente uguale al numero di cifre decimali del numero dato.

## Esempio

$$1,25 = \frac{125}{10^2} = \frac{125}{\cancel{100}_4} = \frac{5}{4}$$

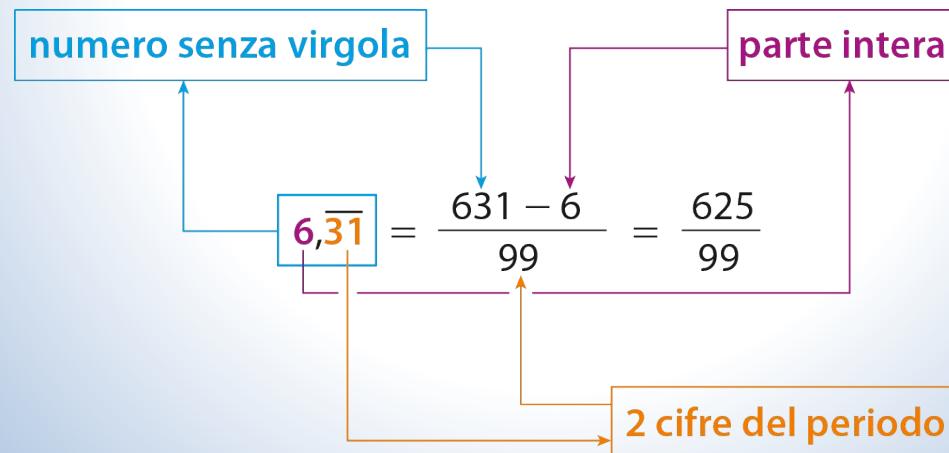
Diagram illustrating the conversion of the decimal number 1,25 into a fraction:

- The number 1,25 is shown in a blue box labeled "numero senza virgola".
- An arrow points from the "numero senza virgola" label to the integer part of the number 1,25.
- An arrow points from the "numero senza virgola" label to the denominator  $10^2$ .
- An arrow points from the number 1,25 to a green box labeled "2 cifre decimali".
- An arrow points from the "2 cifre decimali" label to the exponent 2 in the denominator  $10^2$ .

La frazione generatrice di un numero **periodico semplice** è una frazione che ha:

- per numeratore la differenza tra tutto il numero periodico, considerato senza la virgola, e la sua parte intera;
- per denominatore il numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo.

## Esempio



La frazione generatrice di un numero **periodico misto** è una frazione che ha:

- per numeratore la differenza tra tutto il numero periodico, considerato senza la virgola, e la parte che precede il periodo (parte intera e antiperiodo);
- per denominatore il numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo e tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo.

## Esempio

$$2,3\overline{6} = \frac{236 - 23}{90} = \frac{213}{90} = \frac{71}{30}$$

Diagram illustrating the decomposition of the mixed periodic decimal number  $2,3\overline{6}$ :

- The number  $2,3\overline{6}$  is split into:
  - numero senza virgola** (number without decimal point):  $236$
  - parte non periodica** (non-periodic part):  $23$
  - 1 cifra dell'antiperiodo** (1 digit of the antiperiod):  $3$
  - 1 cifra del periodo** (1 digit of the period):  $6$
- The difference  $236 - 23$  is calculated.
- The denominator  $90$  is formed by  $9$  nines (corresponding to the period length) and  $0$  zeros (corresponding to the antiperiod length).