

Catena di RAPPORTI

- **Che cos'è?** È un'uguaglianza tra tre o più rapporti.

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

$$x:a = y:b = z:c$$

- **REGOLA:** in una catena di rapporti la somma degli antecedenti sta alla somma dei conseguenti come ogni antecedente sta al proprio conseguente

$$x:a = y:b = z:c$$

$$(x+y+z):(a+b+c) = x:a$$

$$(x+y+z):(a+b+c) = y:b$$

$$(x+y+z):(a+b+c) = z:c$$

Facciamo un esempio:

$$x + y + z = 98$$

$$x : 7 = y : 3 = z : 4$$

$$(x + y + z) : (7 + 3 + 4) = x : 7$$

$$98 : 14 = x : 7$$

$$x = \frac{98 \cdot 7}{14} = 49$$

$$(x + y + z) : (7 + 3 + 4) = y : 3$$

$$98 : 14 = y : 3$$

$$y = \frac{98 \cdot 3}{14} = 21$$

$$(x + y + z) : (7 + 3 + 4) = z : 4$$

$$98 : 14 = z : 4$$

$$z = \frac{98 \cdot 4}{14} = 28$$

$$x = 49$$

$$y = 21$$

$$z = 28$$

$$x : \frac{1}{2} = y : \frac{3}{4} = z : \frac{2}{3}$$

$$x + y + z = \frac{23}{2}$$

$$(x + y + z) : \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right) = x : \frac{1}{2}$$

$$\frac{23}{2} : \frac{23}{12} = x : \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{23}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{23}$$

$$x = 3$$

$$(x + y + z) : \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right) = y : \frac{3}{4}$$

$$\frac{23}{2} : \frac{23}{12} = y : \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{23}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{23}$$

$$y = \frac{9}{2}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{23}{12}$$

$$\frac{23}{2} : \frac{23}{12} = z : \frac{2}{3}$$

$$z = \frac{23}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{23}$$

$$z = 4$$

TRE NUMERI SONO PROPORZIONALI
A 3, 4 e 6 - LA LORO SOMMA
E' 65. QUALI SONO I TRE NUMERI?

$$x : 3 = y : 4 = z : 6 \quad x + y + z = 65$$

$$(x + y + z) : (3 + 4 + 6) = x : 3$$

$$65 : 13 = x : 3 \quad x = \frac{65 \cdot 3}{13} = 15$$

$$(x + y + z) : (3 + 4 + 6) = y : 4$$

$$65 : 13 = y : 4 \quad y = \frac{65 \cdot 4}{13} = 20$$

$$(x + y + z) : (3 + 4 + 6) = z : 6$$

$$65 : 13 = z : 6 \quad z = \frac{65 \cdot 6}{13} = 30$$

LE AMPIEZZE DEGLI ANGOLI DI UN
TRIANGOLO SONO PROPORZIONALI A 5, 7
e 3. CALCOLA L'AMPIEZZA DI CIASCUN
ANGOLO?

$$\alpha : 5 = \beta : 7 = \gamma : 3 \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$(\alpha + \beta + \gamma) : (5 + 7 + 3) = \alpha : 5$$

$$180^\circ : 15 = \alpha : 5 \quad \alpha = \frac{180^\circ \cdot 5}{15} = 60^\circ$$

$$(\alpha + \beta + \gamma) : (5 + 7 + 3) = \beta : 7$$

$$180^\circ : 15 = \beta : 7 \quad \beta = \frac{180^\circ \cdot 7}{15} = 84^\circ$$

$$(\alpha + \beta + \gamma) : (5 + 7 + 3) = \gamma : 3$$

$$180^\circ : 15 = \gamma : 3 \quad \gamma = \frac{180^\circ \cdot 3}{15} = 36^\circ$$

Il perimetro di un triangolo è 318 cm e i suoi lati sono proporzionali ai numeri 15, 18 e 20. Calcola la misura di ciascun lato del triangolo.

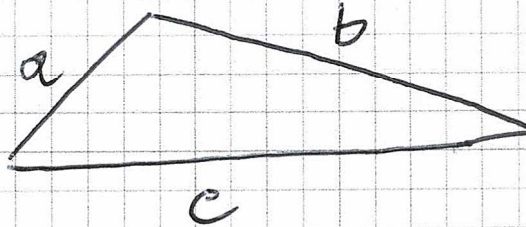
DATI

$$2p = a + b + c = 318 \text{ cm}$$

$$a : 15 = b : 18 = c : 20$$

$$a = \cancel{90 \text{ cm}} \quad b = \cancel{108 \text{ cm}} \quad c = \cancel{120 \text{ cm}}$$

FIGURA



CALCOLI

$$(a + b + c) : (15 + 18 + 20) = a : 15$$

$$318 : 53 = a : 15$$

$$a = \frac{318 \cdot 15}{53} = 90 \text{ cm}$$

$$(a + b + c) : (15 + 18 + 20) = b : 18$$

$$318 : 53 = b : 18$$

$$b = \frac{318 \cdot 18}{53} = 108 \text{ cm}$$

$$318 : 53 = c : 20$$

$$c = \frac{318 \cdot 20}{53} = 120 \text{ cm}$$

Il perimetro di un quadrilatero è 216 cm e i suoi lati sono proporzionali ai numeri 5, 7, 8 e 4. Calcola la misura di ciascuno di essi.

DATI

$$2p = a + b + c + d = 216 \text{ cm}$$

$$a : 5 = \underline{b : 7} = \underline{c : 8} = \textcircled{d : 4}$$

$$a = \cancel{X} \text{ 45 cm}$$

$$b = \cancel{X} \text{ 63 cm}$$

$$c = \cancel{X} \text{ 72 cm}$$

$$d = \cancel{X} \text{ 36 cm}$$

FIGURA

$$216 : 24 = d : 4$$

$$d = \frac{216 \cdot 4}{24} = 36 \text{ cm}$$

CALCOLI

$$(a + b + c + d) : (5 + 7 + 8 + 4) = a : 5$$

$$216 : 24 = a : 5$$

$$a = \frac{216 \cdot 5}{24} = 45 \text{ cm}$$

$$(a + b + c + d) : (5 + 7 + 8 + 4) = b : 7$$

$$216 : 24 = b : 7$$

$$b = \frac{216 \cdot 7}{24} = 63 \text{ cm}$$

$$216 : 24 = c : 8$$

$$c = \frac{216 \cdot 8}{24} = 72 \text{ cm}$$

Le catene di rapporti sono OTTIMI strumenti MATEMATICI per dividere (**distribuire; ripartire**) una grandezza (una quantità) in parti non uguali.

Problemi di questo tipo **sono detti**:

RIPARTIZIONE SEMPLICE DIRETTA

Nonno ALDO vuole ripartire 42 caramelle ai suoi tre nipotini in parti direttamente proporzionali alle loro età: 3 anni (Alberto); 4 anni (Giancarlo) e 7 anni (Marisa). Quante caramelle avranno ciascuno di loro?

$$A : 3 = G : 4 = M : 7 \quad A + G + M = 42$$

$$(A + G + M) : (3 + 4 + 7) = A : 3$$

$$42 : 14 = A : 3 \quad A = \frac{42 \cdot 3}{14} = 9$$

$$42 : 14 = G : 4 \quad G = \frac{42 \cdot 4}{14} = 12$$

$$42 : 14 = M : 7 \quad M = \frac{42 \cdot 7}{14} = 21$$

$$\text{ALBERTO} = 9$$

$$\text{GIANCARLO} = 12 \quad \text{MARISA} = 21$$

RIPARTIZIONE SEMPLICE INVERSA

Tre amici si dividono 84 figurine di calciatori in parti inversamente proporzionali alla loro età: 6 anni (Simone); 10 anni (Angelo) e 12 anni (Luigi). quante figurine spetteranno a ciascuno di loro?

$$S : \frac{1}{6} = A : \frac{1}{10} = L : \frac{1}{12} \quad S + A + L = 84$$

$$(S + A + L) : \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} \right) = S : \frac{1}{6}$$

$$84 : \frac{21}{60} = S : \frac{1}{6} \quad \frac{10}{60} + \frac{6}{60} + \frac{5}{60} = \frac{21}{60}$$

$$S = \frac{84}{\cancel{21} \cdot \cancel{6}} \cdot \frac{60}{\cancel{21} \cdot \cancel{10}} = 40$$

$$84 : \frac{21}{60} = A : \frac{1}{10}$$

$$A = \frac{84}{\cancel{10} \cdot \cancel{21}} \cdot \frac{60}{\cancel{21} \cdot \cancel{1}} = 24$$

$$84 : \frac{21}{60} = L : \frac{1}{12}$$

$$L = \frac{84}{\cancel{12} \cdot \cancel{21}} \cdot \frac{60}{\cancel{21} \cdot \cancel{1}} = 20$$

Una borsa di studio da **4200 euro** viene divisa da tre studenti meritevoli: **Anna**, **Federica** e **Paolo**. Minore è il reddito dei genitori, maggiore è la parte di borsa di studio che lo studente riceve. I GENITORI di **Anna guadagnano 2400 al mese**, quelli di **Federica 1500 al mese** e quelli di **Paolo 1600 euro al mese**. Quanto riceve ciascuno dei tre vincitori?

$$a + f + p = 4200 \text{ €}$$

$$a : \frac{1}{2400} = f : \frac{1}{1500} = p : \frac{1}{1600}$$

$$(a + f + p) : \left(\frac{1}{2400} + \frac{1}{1500} + \frac{1}{1600} \right) = a : \frac{1}{2400}$$

$$4200 : \frac{21}{12000} = a : \frac{1}{2400} \quad a = 1000 \text{ €}$$

$$(a + f + p) : \left(\frac{1}{2400} + \frac{1}{1500} + \frac{1}{1600} \right) = f : \frac{1}{1500}$$

$$4200 : \frac{21}{12000} = f : \frac{1}{1500} \quad f = 1600 \text{ €}$$

$$(a + f + p) : \left(\frac{1}{2400} + \frac{1}{1500} + \frac{1}{1600} \right) = p : \frac{1}{1600}$$

$$4200 : \frac{21}{12000} = p : \frac{1}{1600} \quad p = 1500 \text{ €}$$

$$\frac{1}{2400} + \frac{1}{1500} + \frac{1}{1600} = \frac{21}{12000}$$

Le CATENE DI RAPPORTI sono utili **strumenti** per risolvere problemi:

- Aritmetici
- Geometrici
- Situazioni reali

in cui bisogna distribuire certe grandezze in parti **direttamente** o **inversamente proporzionali**, tra i soggetti del problema.

prof. S. VOLPE