La divisione di un polinomio per un altro polinomio

L’algebrista fra Luca Pacioli (San Sepolcro, 1445-1517) ritratto da Jacopo de’ Barbari

Supponiamo di voler dividere il polinomio:

$x^5 - 4x^4 - 3x^2 - 8x + 1$

per il polinomio $x^2 - 6x + 2$**.**

Se esiste un polinomio tale che, moltiplicato per il secondo, mi riproduce il primo, allora il resto sarà zero. Altrimenti il resto è non nullo.

Anzitutto occorre riscrivere il polinomio dividendo (il primo dei due), poi il polinomio divisore (il secondo), saltando i termini che mancano, quindi separarli con una riga verticale.

Dividiamo anzitutto il monomio x^5 per x^2 ottenendo x^3, che trascriviamo sotto:

$$x^5 - 4x^4 \qquad - 3x^2 - 8x + 1$$

$$-x^5 + 6x^4 - 2x^3$$

$$2x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 8x + 1$$

$$-2x^4 + 12x^3 - 4x^2$$

$$10x^3 - 7x^2 - 8x + 1$$

$$-10x^3 + 60x^2 - 20x$$

$$53x^2 - 28x + 1$$

$$-53x^2 + 318x - 106$$

$$290x - 105$$

$$x^2 - 6x + 2$$

$$x^3 + 2x^2 + 10x + 53$$

Moltiplichiamo ora tutto il polinomio divisore per l'x^3 trovato e trascriviamo il risultato sotto il polinomio dividendo, mettendo in colonna i termini con lo stesso grado, e cambiando ogni volta di segno.

Poi dividiamo $2x^4$ per l'x^2 ottenendo $2x^2$, che scriviamo nella riga del quoziente.

Ripetiamo poi quanto fatto prima: moltiplichiamo il $2x^2$ trovato per il polinomio divisore, cambiamogli di segno e trascriviamolo in colonna.

Proseguiamo così finché il grado del resto non è minore di quello del divisore.

Conclusione

Il polinomio $x^5 - 4x^4 - 3x^2 - 8x + 1$ diviso per il polinomio $x^2 - 6x + 2$ mi restituisce il polinomio $x^3 + 2x^2 + 10x + 53$ con resto $(290x - 105)$.